

10 HOE KAN UIT ENKELE FOTO'S EEN BETROUWBAAR BEELD VAN DE REALITEIT WORDEN BEPAALD?

Een modern ziekenhuis heeft imposante scanners die pretenderen te laten zien hoe ons lichaam er van binnen uit ziet. Weinigen realiseren zich dat geavanceerde wiskundige technieken nodig zijn om op basis van slechts enkele beelden toch een nauwkeurige reconstructie van de werkelijkheid te maken.

Naar schatting tachtig procent van alle diagnoses in de hedendaagse gezondheidszorg zijn mede gebaseerd op beeldvormende technieken. Een beetje ziekenhuis staat vol high-tech apparaten die scans kunnen maken van hersenen, hart, longen en wat al niet meer.

Medici willen uit de geproduceerde scans zoveel mogelijk de reële eigenschappen van het gescande orgaan kunnen afleiden. Het betrouwbaar herleiden van enkele scans



naar het origineel is in de praktijk echter niet zo eenvoudig. Uit één serie beelden zijn meestal diverse werkelijkheden te reconstrueren, ook al is er in werkelijkheid natuurlijk maar één origineel.

Het probleem speelt niet alleen bij medische scans. Het komt ook om de hoek kijken bij het interpreteren van één of slechts enkele beelden van een beveiligingscamera, of bij het in kaart brengen van het binnenste van een ruwe diamant.

Sinds Antoni van Leeuwenhoek in de zeventiende eeuw de microscoop verfijnde, heeft de beeldvormingstechniek zich onvoorstelbaar ver ontwikkeld. Tegenwoordig wordt goede beeldvorming echter niet alleen bepaald door de kwaliteit van optische lenzen; ook de verwerking van beeldgegevens is cruciaal. Wiskundige methoden bepalen hoe uit digitale beelden zoveel mogelijk over het origineel kan worden achterhaald.

Hoe meer beelden, hoe betrouwbaarder het beeld van de werkelijkheid zal zijn. Maar in de praktijk is het aantal beelden vaak beperkt. Artsen willen computer-tomografie (CT) scanners zo min mogelijk foto's laten maken omdat de röntgenstraling schadelijk is voor de patiënt. Tijdens een winkeloverval heeft de beveiligingscamera meestal slechts enkele bruikbare foto's van de verdachte gemaakt.

Rekenen met voorkennis

Wiskundigen staan voor de uitdaging om rekenmethoden te ontwikkelen die, met een minimum aan gegevens, de werkelijkheid met maximale betrouwbaarheid reconstrueren. De sleutel tot de oplossing is het gebruik van voorkennis. In veel gevallen betreft dit 'a priori kennis' over de structuur van een materiaal of over de vorm van het gescande voorwerp.

Deze aanpak stelt wiskundigen echter voor problemen die niet meer vallen binnen een van de klassieke terreinen van het vak: de discrete wiskunde (van telbare dingen) en de continue wiskunde (van aaneengesloten objecten zoals lijnen, krommen en doorlopende schalen). De te ontwikkelen rekenmethoden moeten worden opgebouwd uit een combinatie van die twee, traditioneel streng gescheiden, disciplines.

Nederlandse wiskundigen hebben al reconstructiemethoden ontwikkeld die gebruik maken van voorkennis. Ze worden toegepast in materiaalonderzoek, biomedisch onderzoek en industriële kwaliteitscontrole.

Vergelijkbare rekenmethoden zouden in principe ook kunnen worden ontwikkeld voor reconstructie van medische magnetic resonance imaging (MRI) scans, voor het scherper maken van wazige camerabeelden en voor het oplossen van vele verwante beeldconstructieproblemen.

De komende jaren willen wiskundigen proberen te komen tot een algemene theorie, en tot zo breed mogelijk toepasbare rekenmethoden. En ze hopen antwoord te vinden op een fundamentele vraag: hoeveel beelden zijn minimaal nodig om een voorwerp volledig en correct te beschrijven?